

Mato. U. in 42 15 F Eipoletti





SOPRA ALCUNI LAVORI

DEL PRINCIPE BONCOMPAGNI

RISGUARDANT4

LA STORIA DELLE MATEMATICHE

IN ITALIA

COMUNICAZIONE BIBLIOGRAFICA

DELL' INGEGNERE DOMENICO CIPOLLETTI







CORRISPONDENZA SCIENTIFICA DI ROMA PER L'AVANZAMENTO DELLE SCIENZE.

Anno XVII di sua istituzione.

SOPRA ALCUNI LAVORI

DEL PRINCIPE BONCOMPAGNI

RISGUARDANTI

LA STORIA DELLE MATEMATICHE IN ITALIA

COMUNICAZIONE BIBLIOGRAFICA

DELL'INGEGNERE DOMENICO CIPOLLETTI

1.

Il secolo duodecimo e quello seguente, furono illustrati dalle glorie nostre:... Platone Tiburtino, Gherardo Cremonese, Gherardo da Sabbionetta, e Leonardo Pisano. Eruditissimi traduttori i primi due, rinomato astronomo il terzo, vasto spirito matematico il quarto.

Platone Tiburtino, e Gherardo Cremonese furono due traduttori del secolo duodecimo, che tanto laboriosamente valsero a far nascere e dilatare il desiderio della istruzione e del sapere: uomini di rette intenzioni, che datisi con passione a cercare e tradurre gli esemplari dell' opere scientifiche, hanno il vanto di aver dato colle loro pazienti fatiche il primo slancio alle cognizioni future. - Sono preziosissimi ricordi che commuovono profondamente lo spirito, le cure assidue e lo zelo ardente, col quale i traduttori di quei tempi, dopo lunghe e faticose peregrinazioni fatte in terre straniere per attingere le scienze alle loro fonti, arrivavano a fare le versioni dei lavori scientifici originali delle due grandi civiltà, che si svolsero un tempo sulle rive del Gange, e sulle spiagge del Mediterraneo.

In quei tempi di confusione, prodotta dalla feudali-

tà, che sminuzzando le forze toglieva la possibiltà alle masse di tendere a un punto comune, si cominciava già a sentire il bisogno di luce e di civiltà: lo prova l'invenzione prossima della stampa; poichè è condizione vitale della società che le scoperte avvengano quando essa ne ha di bisogno; e quindi era riputata immortale l'opera di copista, ed il trascrivere manoscritti era eziandio il lavoro più confacente agli uomini letterati. Ma però le controversie di quei tempi impiegavano il maggior numero dei traduttori intorno alle sacre carte, accumulandovi argomenti, chiose, ed interpetrazioni senza fine. Quindi rari erano coloro, che si applicavano alla versione dei trattati scientifici e delle opere originali straniere: ma l'Italia nostra li ebbe, e ne fu ammirata; ed il nome di Platone Tiburtino, di Gherardo Cremonese toccò il cuore e la penna dei più sublimi ingegni.

Leonardo Pisano (il Lagrangia del secolo XIII), spirito vasto, creatore profondo, animato da una tendenza vivissima per la scienza matematica, abbandonato il commercio si diè profondamente a studiare i trattatisti indiani; ed il frutto delle sue speculazioni fu sì grande e prezioso, che il sig. Terquem scrisse..... « Leonardo Pisano dopo quattro secoli ha avuto un riscontro in Fermat ».

Gherardo da Sabbionetta fu astronomo, letterato, astrologo, e medico, altresi molto rinomato del secolo XIII. Tradusse diverse opere, e ne scrisso altre di molto pregio.

E qui dirò innanzi tutto, ad onor d'Italia, che mentre in essa bollivano le gare feudali, e le guerre dei comuni, nel silenzio dei gabinetti uomini cultori delle scienze le procacciavano l'ammirazione dei stranicri, il desiderio della scienza, i mezzi dell'istruzione, e lo splendore dell'avvenire. - Quindi era giusto, era un debito da soddisfarsi, che di uomini tanto benemeriti dovessero essere pubblicate, ed illustrate le opere senza prezzo, e resa veneranda la loro memoria.

Considerate sotto questo punto di vista le pubblicazioni del Boncompagni di Roma (dei principi di Piombino) sopra la storia delle scienze matematiche in Italia, hanno una entità ed un pregio inestimabile: aggiungendoci la vasta e profonda erudizione con cui questo dotto Principe arrichisce i suoi lavori bibliografici, non fa più meraviglia se la Germania Scientifica, come ba detto il sig. Steinschneider (1), non può offrire un simile privato.

La storia delle scienze matematiche in Italia, ravvolta fra le nebbie del medio evo, incatenata strettamente con quella degli Indiani, dei Greci, e degli Arabi, popoli un tempo possenti, e civilissimi, poi decaduti e conquistati, rimaneva sterile, incerta, defraudata.

Il principe Boncompagni non badando nè a spese, nè a difficoltà, che incontra gravissime e dure chi si pone nella via delle ricerche storiche, con un' ordine ed una intelligenza felicissima fa diligenti ricerche nelle pubbliche biblioteche, visita gli archivt dei privati, si procura quanti codici, cataloghi, manoscritti, facsimili, umanamente può trovare; poi studia, confronta, verifica, percorre tutte le parti della scienza matematica del medio evo, la mette in chiara luce, illustrandola con profonde discussioni critiche storiche e bibliografiche; rivendica all' Italia alcune scoperte fisiche che le erano negate; e così la storia delle scienze matematiche in Italia, difesa,

arricchita, e studiata, si presenta ai nostri giorni bella e splendida agli occhi del mondo civilizzato.

Mercè questi perseveranti studt e le relative pubblicazioni, il Boncompagni riscuote la stima degli eruditi, e dei scienziati più illustri, e gli omaggi dei giornali più distinti di Europa. Ricordo: Cantor (1), Steinschneider (2), Genocchi (3), Chasles, Terquem, (4, Lebesgue, Woepcke (5): il giornale di Schlöomilch, il Serapeum, il Politecnico (6).

La dotta penna adunque del Boncompagni fin dal 1846 arricchisce gli annali della nostra istoria di un nuovo monumento di gloria nazionale; e le sue brillanti fatiche avendo splendidamente illustrata la storia delle scienze matematiche in Italia, il mio compito si compendia — per quella maggiore stima che nutro a questo distinto personaggio — che dare ad esse una più estesa pubblicità, ricordandole per sommi capi nella nostra Corrispondenza Scientifica, affinchè vengano a cognizione di tutti gli studi, e gli uomini che onorano il proprio paese.

11.

Il sig. Libri scrive: Platon de Tivoli, et Gérard de Crémone sont le plus célébres parmi les traducteures italiens du douxième siècle. On doit à Gérard la premiér version de l'Almageste, et à Platon de

Fürst Boncompagni und die tipografia delle scienze matematiche s fisiche: Weitere Mittheilungen von Steinschneider, Serapeum, 1863, n. 7, den 15 april.

⁽¹⁾ Boncompagni Baldassarre. Scritti di Leonardo Pisano. Zeitschrift für Mathematik und Physik, vön Schlömilchs Kahl und Cantor. Leipzig. 1863, 3 heft.

⁽²⁾ Fürst Boncompagni und die tipografia delle scienze matematiche e fisiche: Weitere Mittheilungen von M. Steinschneider, Serapeum. 1863.

⁽³⁾ Annali di scienze matematiche e fisiche.

⁽⁴⁾ Terquem. Sur Leonardo Bonacci de Pisa et sur trois écrits de cet auteur publiés par Balthasar Boncompagni. Nouvelles annales de mathématiques. Paris, 1855, 1856.

⁽⁵⁾ Journal de Liouville.

⁽⁶⁾ Nello scorso anno è comparso sul Politecnico (di Milano) un'erudito opuscolo del ch.mo prof. Giovanni Codazza: Il principe Boncompagni e la storia delle scienze matematiche in Italia.

Tivoli la connaissance de plusieurs ouvrages du géométrie (1).

Il principe Boncompagni in una pubblicazione fatta in Roma (2) rende onorato pregio a Platone Tibartino numerando le versioni fatte da esso, l'edizioni che ne furono fatte, e descrivendo i codici fin' ad'ora conosciuti.

Platone tradusse primieramente dall' arabo in latino un trattato di Astronomia di Albategnio, principe di Siria (3), astronomo illustre e rinomato. Questo trattato fu stampato in Norimberga nel 1537, naitamente ad una versione latina fatta da Giovanni di Siviglia, dell' astronomia elementare d' Alfergan, altro rinomato astronomo arabo.

Il Kästner (4) e lo Scheibel (5) descrissero questa edizione. - Di questa se ne ha un esemplare nella biblioteca Angelica in Roma.

Questa versione dall' Arabo in latino dell' astronomia del principe di Siria, fatta da Platone, fu di nuovo pubblicata colle stampe in Bologna nel 1645. Questa ristampa essendo molto rara, come osserva il sig. Brunet (6), ne risulta molto preziosa quella fattane dal principe Boncompagni (7) nel 1851.

- (1) Histoire des sciences mathématiques en Italie, depuis la renaissance des lettres jusq'à la fin du dix-séptième siècle, par Guillaume Libri. A Paris 1838 41: 4 tomi in 8; t. I, p. 168, 169.
- (2) Delle versioni fatte da Platone Tiburtino, traduttore del secolo duodecimo: notizie raccolte da B. Boncompagni. Roma, tipografia delle belle arti, 1851.
- (3) Il suo nome era Mohammed ben Geber. Fu soprannominato al Batani, perché Batanea fu la città in cui nacque.
- (4) Geschichte der Mathematik seit der Wiederherstellung der Wissenschaften bis au das Ende des achtzehuten lahrhunderts, von Abraham Gotthelf Kästuer. Gottingen 1796 - 1800; 4 vol. in 4;° vol. II, pag. 506 - 508. Nachrichten von astronomischen Büchern, IV.
- (5) Enleituug zur mathematischen bucherkenntnis. Breslau 1772 - 98 : 20 fascicoli , in 8;° fas. 13° e 14° p. 126 , 127.
- (6) Manuel du libraire et de l'amateur des livres par Jacques Charles Brunet. Quatrième edition originale. A Paris, 1842 - 44: 5 tomi in 8; t, 1, p, 48.
 - (7) Delle versioni fatte da Platone Tiburtino, etc. p. 5.

Il celebre astronomo inglese Halley riferisce (1) di aver veduto due edizioni della versione di Platone in proposito; una di Norimberga dell'anno 1537 (2), e l'altra di Bologna dell'anno 1645. - Il Bailly (3) fa ancora menzione di queste edizioni.

Il Delambre (4), il Sédillot (5), Guglielmo d' Alvergna, vescovo di Parigi, citano ancora queste edizioni (6).

Il libro di Albategnio tratta della sostituzione delle semicorde degli archi doppt alle corde degli archi usate dai Greci nei calcoli trigonometrici; delle tangenti trigonometriche, e della formula fondamentale della trigonometria sferica (7).

Una seconda traduzione di Platone di Tivoli, dall'arabo in latino, fu sugli sferici di Teodosio (8), rinomato geometra dell'antichità (9), che li scrisse originariamente in greco (10). Questi furono illustrati da Pappo, che li ebbe molto in pregio (11).

- Philosophical Transactions. London 1665 18;
 vol. XVII.
- (2) Questa traduzione pubblicata nel 1537 in Norimberga fu molto lodata dal Regiomontano, e alcuni errori che in essa si trovavano (per essere il Platone ignaro dell' astronomia) furono corretti da Halley.
- (3) Histoire de l'astronomie moderne depuis la fondation de l'École d'Alexandrie jusqu'a l'époque de M. D. CC. XXX; par M. Bailly. A Paris 1785: tre tomi in 4,° t. I, pag. 595. Eclaireissemens: détails historiques et astronomiques: liv. V, § XX.
- (4) Histoire de l'astronomie du moyen age; par M. Delambre. Paris 1819; in 4,° p. 10, chapitre II.
- (5) Prolégomènes des tables astronomiques d'Olougbeg publiés avec notes et variantes, et précèdés d' une introduction; par M. L. P. E. Sédillot. Paris 1847.
- (6) Guielielmi Alverni Episcopi Parisiensis mathemateci perfectissimi; eximii philosophi ac theologi praestantissimi (Opera omnia). Aureliae 1674, t. 1, p, 50.
 - (7) Chasles. Aperçu historique; p. 494.
 - (8) Sphaericorum: libri tres.
 - (9) Teodosio di Tripoli.
 - (10) Questa traduz. fu stampata in Venezia nel 1518.
- (11) Il principe Boncompagni e la storia delle matematiche in Italia; del P. G. Codazza, p. 16.

Giovanni de la Pène (1), in una sua opera data ai tipi nel 1558 (2), fa conoscere, che la versione di Platone dei sferici di Teodosio fu stampata nel 1518 (3).

Giovanni Alberto Fabricio scrive: Latina ex arabico interpetratio lucem vidit interpetre Platone Tiburtino (4), ragionando sulle varie traduzioni fatte dei sferici di Teodosio.

Il Boncompagni nel dotto lavoro hibliografico di sopra citato (5), riproduce la descrizione di una versione latina fatta da anonimi traduttori degli sferici di Teodosio, che trovasi in due raccolte di studi sulla sfera, e date alla stampa in Venezia nel 1518 dagli eredi di Ottavio Scoto, e da Luca Antonio Giunti tipografo fiorentino (6).

Di Platone Tiburtino, si ha ancora una versione, in lingua latina, di un trattato di Geometria scritto

(1) Matematico francese del secolo XVI.

(2) Theodost Tripolitae Sphericorum, libri tres, nunquam ante hac graece excusi. Iidem latine redditi per Joannem Penam regium mathematicum ad illustrissimum principem Carolum Lotharingum Cardinalem. Parisiis, apud Andream Wechelum, sub Pegaso, in vico Bellouaco: Anno salutis 1558. Cum privilegio regis.

(3) Difatti come osserva il p. Boncompagni, delle versioni fatte da Platone Tiburtino p. 8, - dicendo il de la Pene nella prefazione premessa al testo greco dei sferici di Teodosio e indirizzata al Cardinale di Lorena, che la versione dei sferici di Teodosio fu stampata quaranta anni prima, fa giudicare che lo fu nel 1518.

(4) Joannis Alberti Fabrici (Bibliotheca graeca). Editio nova variorum curis emendatior atque auctor curante Gottlieb Christophoro Harles. Hamburgi, 1790 - 1811: 12 vol. in 4,° lib. III, capo XVIII, parag. XVI, vol. IV, p. 22.

(5) Pag. 9 - 22.

(6) Il p. Boncompagni possiede un' esemplare della raccolta pubblicata da Antonio Giunti.—Un altro esemplare (come avverte eziandio il Boncompagni p. 23) si trova nella biblioteca Alessandrina nella Università di Roma: scanzia A, scaffale d, num. 48. - Un terzo nella biblioteca Angelica: seanzia g, scaffale 7, num. 7. in ebraico da Savosarda, o Savasarda, distinto matematico ebreo (1).

L'Opera di Savosarda è un trattato di geometria pratica: contiene essa la formula che esibisce l'area di un triangolo in funzione dei lati (2); contiene una tavola delle corde; ed anche diversi problemi coi numeri, scritti secondo il sistema indiano, e l'uso dello specchio per determinare l'altezze per riflessione col mezzo dell'Astrolabio (3), ed alcune altre note e questioni (4).

Si ha inoltre di Platono di Tivoli la versione dall'arabo in latino di un' Operetta astrologica d'Almansor, o Almeone, astrologo arabo. Questa traduzione fu stampata in Venezia (5). Fu anche locata

(1) Il p. Boncompagni fa conoscere, che nella biblioteca nazionale di Parigi si trovano due originali manoscritti di questa traduzione. - Vedi anche Libri: Histoire etc: t, II, p. 38, 39, nota (1) della p. 38: t, II. nota (IV) p. 480.

(2) Questa formula si trova ancora nell'Opera di Brahmegupta, matematico indiano del secolo VI. Chasles: Aperçu historiques etc. p. 429.

(3) V. Libri: Histoire etc: t. II, nota IV. - Il S' Steinschneider (Serapeum, 1858, 3): (vedi, il p. Boncompagni e la storia delle matematiche in Italia del pr. Codazza, p. 17, nota 3) prova, che Savosarda, contrazione del vocabolo arabo Saheb-Shorta significa Praesectus Praetorius: su l'ebreo Abraham bar Hiya, spagnuolo di origine, contemporaneo di Platone, il primo che si mise a trattare quasi tutte le parti della matematica in lingua ebraica a giovamento, come crede senza dubbio il sr. Steinschneider, dei correligionari della Provenza, o del Sud della Francia.

(4) Il p. Boncompagni ha rinvenuto ancora questa traduzione, fatta da Platone Tiburtino, del trattato di geometria pratica di Savosarda in un codice manoscritto della biblioteca Magliabechiana di Firenze. - Un altro esemplare manoscritto di questa versione il p. Boncompagni lo ha trovato nel codice, n.º 184, della biblioteca del Convento di S. Marco in Firenze.

(5) Il sr. Placido Braun (Braun Plac) (Notitia istorica litteraria de libris ab artis typographicae inventione usque ad annum MCCCCLXXVIII impressis in bibliotheca liberi ac imperialis monasteri ad SS. Udai-

in una raccolta di studi astrologici, stampata in due diverse edizioni, ambedue di Venezia; l'una nel 1493, e la seconda nel 1519 (1).

Platone di Tivoli fece ancora una versione dall'arabo in latino di un trattato di Abualcasin, figlio d'Asafar, sopra gli usi e la costruzione dell'astrolabio (2); e la traduzione del Quadripartito (Tetrabiblon) di Claudio Tolomeo (3).

Sulle traduzioni di Platone Tiburtino ci banno scritto moltissimi dotti ed illustri personaggi; ho rinvenuto: Boncompagni, Libri, Guglielmo d'Alvergna, il Regiomontano (4), Kästner, Scheibel, Halley, Bailly, Delambre, Sedillot, De la Pene, Alberto Fabricio, Lalande (5), Gelli (6), Zaccaria (7),

ricum et Afram Augustae extantibus. Augustae Vindelicorum 1788 - 89: due vol. in Ao. Pars II. p, 217, anno MCCCCXCII, art. XXIX) avendo affermato, che questa edizione è molto rara, venne posta dal p. Boncompagni nel suo lavoro bibliografico già citato, illustrandola di quella feconda e vasta dottrina, che sempre si scorge nei suoi lavori.

- (1) Il Boncompagni possiede un' esemplare dell' edizione del 1493 fatta a spese di Ottaviano Scoto: e nel suo lavoro sopra le versioni fatte da Platone Tiburtino, ha dato delle interessantissime notizie sopra ambedue queste edizioni.
- (2) Questa traduzione il p. Boncompagni l' ha trovata manoscritta nel codice Ottobiano, n. 309, della biblioteca Vaticana.
- (3) Platone di Tivoli tradusse anche dall'arabo in latino un' operetta di un tal' Alkasem sulle rivelazioni della natività. Vedi le versioni fatte etc. del p. Boncompagni, p. 40.
- (4) Giovanni Muller (rinomato Astronomo del secolo decimoquinto), nativo di Unsind, presso Königsberg.
- (5) Bibliographie astronomique avec l'histoire de l'astronomie, depuis 1781 jusqu' à 1802. Paris, an. XI, (1803) in 4. p. 39.
- (6) Il sig. Ab. D. Tommaso Gelli, bibliotecario della Magliabechiana.
- (7) Il P. Francesco Antonio Zaccaria della compagnia di Gesù: Francisci Antoni Zachariae societatis Jesu: Iter litterarium per Italiam ab anno MDCCLVII ad annum MDCCLVII. Venetiis 1762, in A. Pars I, cap. II, parag. XII, p. 69.

Orioli, Braun, Fossi, Guglielmini (1), Codazza (2), Chasles (3), Montucla (4) Baillet (5), Jourdain, Huet, Steinschneider.

III.

Un espositore giudizioso della matematica fino a quel tempo conosciuta, e che nel tempo stesso ne arricchi il patrimonio con mirabili trovati, fu Leonardo Pisano, detto Fibonacci (6). - Due pubblicazio-

- (1) Elogio di Lionardo Pisano recitato nella grand' aula dell' Università di Bologna nel giorno XII Novembre MDCCCXII dal professore G. B. Guglielmini. Bologna, per Giuseppe Lucchesini MDCCCXIII, in 8, paragr. XXII, p. 26.
- (2) ·Il ch. prof. Giovanni Codazza nel suo lavoro, il principe Boncompagni e la storia delle matematiche in Italia (alla pag. 17 dell' estratto dal Politecnico, V. XX) così scrive: le traduzioni di Platone sono citate con elogio da tutti i dotti che parlarono della storia delle scienze matematiche; e tra questi Montucla, Libri, Chasles; non che dagli studiosi di questioni storiche, fra cui Huet, Baillet, Jourdain.
- (3) Aperçu historique sur l'origine, et le développement des méthodes eu géomètrie, particulièrement de celles qui se rapportent à la géomètrie moderne, suivi d'un mémoire de géomètrie sur deux principes généraux de la science, la dualité et l'homographie, par M. Chasles. Bruxelles 1837, in 4., p. 510.
- (4) Histoire de mathématiques. Nouvelle edition, t, I, p, 503.
- (5) Jugements des savans sur les principaux ouvrages des auteurs, par Adrien Baillet: revûs, corrigés, et augmentés, par Mr. de la Monnaye. Amsterdam 1725: 8 volumi, in 4, t. II, p, 392.
- (6) Aceva Leonardo un' altro soprannome, oltre quello di Fibonacci: di Bigollone o Bighellone. Dice il Libri, secondo Guglielmini, che fu dato questo soprannome a Leonardo perché questi lasciato il commercio, occupazione principale dei Pisani, erasi dato intieramente allo studio della scienza. Il Bonaini non giudica sana l'opinione di alcuni, come quella di Cantor, che credono Bigollo un sinonimo di Bonaccio: si sostiene riportando un decreto dei reggitori del

ni furono dal Boncompagni consacrate ad illustrare la vita e l'opere di questo celebre matematico (1).

Queste due pubblicazioni rivelate, sono un saggio delle molte e profonde cognizioni che possiede il principe Boncompagni. - Esse si distinguono per una critica giusta, e senza inclinazione; per discussioni esatte e riccamente documentate; e per la storia difigentemente esaminata e svolta.

I ristretti limiti di questa comunicazione, come dissi, non mi permettono che un ristretto esame di queste pubblicazioni; a corollario generale raccoglieremo: che Leonardo Pisano, il quale prima credevasi essere stato quello che fra i cristiani d'occidente avesse portato e diffusa l'algebra degli Arabi (3), dovè cedere il posto a Platone di Tivoli ed a Gherardo da Cremona (2).

L'importanza di queste pubblicazioni, devesi unicamente misurare dal véro che stabiliscono, e non dal cambiamento che inducono: che Leonardo non fu il primo che introdusse l'algebra in Italia è un véro; l'averlo dimostrato, è gran merito del Boncompagni.

Dietro alle citate pubblicazioni ne seguirono dell'altre, anche di molto rilievo: Noi accenniamo a quelle relative alla scoperta fatta dal Boncompagni di alcuni opuscoli di Leonardo, de esso rinvenuti in

comune di Pisa, che fa conoscere chiaramente come essi stimarono tanto la dottrina aritmetica di Leonardo, che credettero consiglio felicissimo l'usarsene nell'amministrazione del pubblico danaro; e facendo osservare come il soprannome di Bigollo pote nascere dalla parola Biglosus che in basso latino significa posseditore di due lingue, che dovea certamente possedere Leonardo Pisano, come viaggiatore, e dedito al commercio. Ciò può benissimo ammettersi, tanto più, che Leonardo stesso nel suo flos pose...... « Incipit flos Leonardo ingiuriasse se stesso.

 Della vita e dell'opere di Leonardo Pisano.
 Roma 1852. - Intorno ad alcune opere di Leonardo Pisano, Roma 1854.

(2) Il Boncompagni appoggiandosi a moltissimi passi di autori ha tolto l'ambiguità e la confusione, che si trova in diversi scrittori fra Gherando Cremonese, e Gherando da Sabbionetta. un codice dell' Ambrosiana. Queste seconde pubblicazioni formano uno dei più brillanti successi che hanno coronato i sevèri studi del Principe, un vero tesoro per la storia delle scienze matematiche in Italia, e per la fama dell'insigne filosofo del secolo XII che, mercè queste, sali più alto di quella di Gherardo da Cremona; poichè il merito di aver introdotto un metodo, od una scienza in un luogo, deve cedere certamente al merito di avere inventato e creato.

Nell'elogio di Leonardo Pisano fatto dal Terquem sembra, che in un tempo si è creduto esso Leonardo passato in Bugia per vaghezza di vedere il mondo. È questo un errore, per convincersi del quale, basta leggere il prologo all' Abbaco di Leonardo stesso dove si vede scritto : Cum Genitor meus a patria publicus scriba in duana bugee pro pisanis mercatoribus ad eam confluentibus constitutus praesset, me in pueritia mea ad se venire faciens, inspecta utilitate et commoditate futura, ibi me studio abbaci per aliquot dies stare voluit et doceri. Ubi ex mirabili magisterio in arte per novem figuras indorum introductus, scientia artis in tantum mihi pre ceteris placuit et intellexi ad illam, quod quidquid studebatur ex ea apud egyptum, syriam, greciam, siciliam et provinciam cum suis variis modis, ad que loca negotiationis tam postea peragravi per multum studium et disputationis didici conflictum, etc

Per i studi e per le scoperte fatte, siamo molto più informati dei scritti di Leonardo Pisano, che della sua vita: alcune notizie se ne hanno da quelle istesse, che Leonardo ha posto nelle sue opere: da queste non ne risulta l'epoca della sua nascita.

Per le accuratissime ricerche fatte dal Boncompagni si è certi, che Leonardo Pisano compose le seguenti opere:

 Il Liber Abbaci, che fu da Leonardo scritto nel 1202, e dedicato nella seconda edizione a Michele Scotto, astrologo nella corte di Federico II imperatore di Germania.

2. Pratica Geometriae pubblicata dal Boncompagni, secondo la lezione del codice Urbinate, n. 292 della biblioteca Vaticana. - Leggesi nella p. 1... « Incipit pratica Geometriae composita a Leonardo Pisano de filiis Bonacij, anno. M. CC. XX. - É dedicata ad un maestro Domenico, che il Boncompagni argomenta essere Dominicus Hispanus, il quale a Federico imperatore venuto in Pisa presentò il Leonardo.

- 3. Flos super solutionibus quarumdam questionum ad numerum et ad Geometriam, vel ad utrumque pertinentium: Dedicato da Leonardo al cardinale Raniero Capocci da Viterbo.
- Liber quadratorum: Dedicato all' imperatore Federico, e scritto nell'anno 1225.
- 5. De modo solvendi questiones avium et similium: Dedicato a Guido Bonatti, ed al maestro Teodoro; che insieme a Michele Scotto, e ad altri dotti ed astrologi vivevano nella corte di Federico II di Svezia.
 - 6. Un commento sul libro X di Euclide.
- 7. Un trattato, intitolato: libri dei mercanti di minor guisa.

Il Liber Abbaci, è un trattato di aritmetica ed algebra in quindici capitoli, scritto da Leonardo per l'istruzione de' suoi connazionali. - Mercè le ricerche del Boncompagni si conosce ora, che Leonardo scrisse quest' opera nell' anno 1202. - Del Liber Abbaci ne fece Leonardo una seconda edizione nel 1228, con aggiunta, dedicata a Michele Scotto, come già ho accennato.

Del Liber Abbaci ne fu fatta dal Boncompagni la prima pubblicazione nel 1857 (1), colla descrizione dei codici conosciuti; dei quali due, da esso rinvenuti, uno membranaceo della fine del secolo XV nella biblioteca Ambrosiana di Milano, e l'altro cartaceo della prima metà del secolo XVI nella biblioteca borbonica di Napoli.

Comincia il Liber Abbaci con la esposizione dei numeri indiani e del modo per scrivere qualunque numero; colle norme per la numerazione, e per le operazioni più elementari sui numeri interi e fratti (2). Prosegue colle regole delle proporzioni, estese al cambio delle monete, alla vendita delle stoffe, delle

Dalla p. 7 alla p. 18. - Questo secondo capitolo è diviso in 8 parti: la 1º: de multiplicatione duarum figurarum contra duas, atque unius figure contra plures. Dalla p. 7 alla p. 11. Comincia questa primo parte: numerus se ipsum multiplicare dicitur, quando similis per similem multiplicatur, ut 12 per 12, vel 26 per 26: la 2º della moltiplicazione dei numeri di tre cifre; de multiplicatione trium figurarum contra tres; dalla p. 11 alla p. 13. Gli esempi sono 345 × 345, 607 × 607, 780 × 780, 123×456: la 3º della moltiplicazione dei numeri di 4 cifre, con numeri di 2, 3, 4 cifre; dalla p. 13 alla p. 14. Gli esempi sono 1234×1234, 2345×6789, 3701×2500, etc. E così fino all' ottava de multiplicazione omnium numerorum alium modum.

III. De additione integrorum numerorum; dalla p. 18 alla p. 22. Gli esempi sono 25-1-49, 123-4567, 4321-506789, etc. - Alla p. 19 comincia il testo: Est enim alius modus moltiplicandi valde laudabilis.

1V. De extratione minorum numerorum de majoribus: dalla p. 22 alla p. 23. Gli esempi sono 89 — 35, 392 — 80, etc.

V. De divisionibus integrorum numerorum; dalla p. 23 alla p. 47. Cominciando dalla divisione di un numero per uno di una cifra: esempio; 365: 2; termina a quella di un numero per uno di quattro cifre: esempio; 1235689: 4007.

VI. De multiplicatione integrorum numerorum cum ruptis: dalla p. 47 alla p. 61. È diviso in otto parti che espongono separatamente le regole per la moltiplicazione dei numeri misti per i numeri misti, per i numeri fratti; dei numeri fratti per i numeri fratti etc. con gli esempi: $\frac{1}{3}$ 22 \times $\frac{1}{2}$ 11, $\frac{13}{28}$ 13 \times $\frac{32}{49}$ 24, 23...25...25

$$\frac{2}{9}\frac{3}{5}16\times\frac{2}{11}\frac{5}{8}27,\frac{14}{27}\times\frac{23}{25}$$
, etc.

VII. De additione et extractione et divisione numerorum cum ruptis et de reductione plurium partium in singulis partibus; dalla p. 63 alla p. 83: diviso in sei parti, delle quali le prime cinque trattano della somma, sottrazione, e divisione dei numeri fratti, misti, etc. con gli esempi: $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

⁽¹⁾ Scritti di Leonardo Pisano, vol. I. Liber Abbaci. Roma, tipografia delle scienze matematiche e fisiche: una edizione in 4º grande di p. 439.

⁽²⁾ Queste regole occupano 7 capitoli del libro, che sono:

I. De cognitione novem figurarum yudorum, et qualiter cum eis omnis numerus scribatur; et qui numeri, et qualiter retineri debeant in manihus, et de introductionibus Abbaci. - Dalla p. 1 alla p. 7.

II. De multiplicatione integrorum numerorum.

droghe, alla permistione delle monete, a quelle dette di società colla somma delle serie dei numeri naturali e dei numeri quadrati; coll'esposizione in genere delle operazioni necessarie per la risoluzione di un grande numero di quistioni di primo grado, che si riferiscono a problemi commerciali, come si trova nella maggior parte delle opere arabe (1). Con-

$$\frac{1}{7} \frac{1}{5}, \frac{1}{3} 12 + \frac{3}{4} 126, \dots, 6 - \frac{5}{9}, \frac{1}{3} \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \frac{1}{6}, \dots$$

$$83 : \frac{2}{3} 5; 217 : \frac{1}{4} \frac{2}{3} 13; \frac{5}{6} 14 : \frac{2}{9} 231, \dots e l'ul$$

tima espone le regole per schissare i rotti.

(1) Cap. VIII al XII, p. 83 alla p. 318. - Il cap. VIII di 4 parti è intitolato: Incipit capitolum octavum de reperiendis preciis mercium per majorem guisam. - Comincia: In omnibus itaque negotiationibus quatuor numeri proporzionales semper reperiuntur, ex quibus tres sunt dati, reliquis vero est ignotus. - La 1. parte di questo capitolo, dalla p. 84 alla 103, contiene molti problemi commerciali relativi al cantare e al rotolo (centesima parte del cantare) di 12 oncie; al carrubo (\frac{1}{6} del denaro) equivalente a 4 grani di frumento; al carato; e la divisione dei numeri per 20.

La 2. è dedicata (dalla p. 103 alla 111) al cambio delle monete; il marchio di argento, il denaro pisano, il soldo imperiale, la libra pisana di soldi 20 etc.

La 3. dalla p. 111 alla 115 tratta della vendita delle canne. Viene esposto primieramente come la canna pisana contenga palmi 10 e braccia 4, e la canna di Siria, Sicilia e Costantinopoli palmi 8: quindi il problema; se una canna pisana di braccia 4 di una data stoffa si vende per soldi 7, quanto vale un braccio? e molti altri analoghi.

La 4. parte stabilisce relazioni di molte specie di posi relativamente ai rotoli.

Il cap. IX dalla p. 118 si dilunga fino alla p. 135. È formato di 3 parti, ed è intitolato: Incipit capitolum nonum de baractis mercium atque corum similium.

La 1. parte, dalla p. 118 alla 127, stabilisce le regole generali per il cambio di parecchie merci e droghe, del pepe, del lino, della bambagia, del zafferano, dello zenzero etc.

La 2. dalla p. 127 alla 132, parla della compera

tinua colle regole relative alle operazioni dette di

di alcune monete considerate soltanto per quanto valgano di argento, affinché poscia fuse nel croginolo se ne possano ricavare delle altre.

La 3. dalla p. 132 alla 135, parla del consumo del frumento fatto dagli uomini, e dagli animali.

Il cap. X dalla p. 135 alla 143, tratta delle società commerciali, coll'applicazione delle regole di società, e della partizione proporzionale a diversi casi pratici, analoghi a quelli che si trovano nei corsi moderni. Alla p. 137 vien dato il quesito: due stabilirono una società; il primo contribuì per libre 21, soldi 11, e denari 8; il secondo per libre 41, e soldi 9: l'utile fu di $\frac{3}{8}$ 31. Quali sono i dividendi?

Il cap. XI dalla p. 143 alla 166 tratta della permistione delle monete. Il primo problema risoluto nel testo é: Un tale ha 7 libbre di argento, e da queste vuol trarre delle monete che abbiano due oncie di argento per ogni libra, vuol sapere quante tibre di moneta può ricavare da questa permistione, e il numero delle libre di rame necessarie per la lega.

Alla p. 152 évvi ancora un cenno sullo scambio della moneta buona e cattiva.

Il cap. XII dalla p. 166 alla 318 tratta della somma della serie dei numeri naturali coll' esempio

$$1+2+3+\ldots+60=1830$$

e la regola viene formulata nella p. 167: Dimidium summae estremorum in se multiplicata. Dei numeri impari coll' esempio

$$1 + 3 + \dots + 19 = 100$$

Dei numeri che procedono colla differenza di un binario (di due unità); dei numeri che procedono colla differenza di un ternario (di tre unità), e della serie dei numeri quadrati.

Quindi vengono alcune applicazioni sull'incontro dei viaggiatori, dei quali uno per es. percorre 20 miglia al giorno, e l'altro nel primo giorno un miglio, nel 2 due, nel 3 tre etc.

Tratta inoltre lungamente questo capitolo delle proporzioni dei numeri, con un grande numero di problemi e quistioni relative. falsa posizione (1), e coll'estrazione delle radici quadrate e cubiche (2) e relative operazioni: termina il libro con un trattato di algebra (3) diviso

Dividere il 10 in 4 parti ineguali proporzionali; p. 171.

Trovare quanti numeri si vogliano in proporzione continua; p. 171. etc.

Termina il capitolo col celebre problema della duplicazione nei scacchi.

(1) Cap. XIII, dalla p. 318 alla 352.

(2) Cap. XIV, dalla p. 352 alla 387. Al principio della 353 è scritto: Radix quidem cujuslibet numeri est numerus qui, cum in se multiplicatur facit ipsum numerum.

(3) Cap. XV. p. 386. Questo capitolo è intitolato: De regulis geometrie pertinentibus de questionibus algebre et almuchabale; ed è diviso in tre parti. La 1. tratta delle proporzioni fra tre e quattro quantità, alle quali si riferiscono molte questioni appartenenti alla geometria. In questa prima lezione vi sono ragionamenti della forma: Si ut tres numeri proportionales ab, bc, cd, secundum proportionem continuam, scilicet ut ab ad be, ita be ad ed . . . pag. 387: ed anche, cum quatuor numeri a, b, g, d proportionales fuerint ut a ad b, ita g ad d, erit permutatim b ad a, ita d ad g . . . et multiplicatio a in d equator multiplicationi b in g; quare si fuerit ignotus numerus d p. 395: che fanno conoscere chiaramente, come su numeri rappresentati con rette Leonardo argomenta come se fossero notazioni, simboli e numeri astratti. Ciò conferma la illustrazione di Libri, che nel liber abbaci non solo viene esposta da Leonardo l'algebra numerica, ma uncora si subodorano i rudimenti dell'algebra simbolica, della cui origine Chasles vorrebbe che ne fosse onorato esclusivamente il Vieta. Nelta 2. parte, dalla p. 307 alla 406 vengono, esposte le risoluzioni di alcune quistioni geometriche; delle quali per dare un saggio dell' indole delle ricerche di Leonardo citeremo le tre seguenti.

Un' asta di 20 piedi vien' eretta secondo la parete verticale di una torre; allontanando dalla torre il piede dell'asta di 12, si domanda di quanti piedi è discesa l' altra estremità.

Date le distanze di due punti da un piano e quella delle loro projezioni su di esso, trovare sulla retta in tre lezioni; delle quali la prima tratta delle proporzioni, la seconda di alcune questioni geometriche, e la terza dell'algebra propriamente detta.

Quest' ultimo capitolo XV fu pubblicato ancora dal Libri (1). Il sig. Chasles ha scritto (2): che il primo esempio dell' utile applicazione dell' algebra alla geometria si ha nel trattato del liber abbaci di Leonardo Pisano. Cantor (3) fa riflettere, che essendo Leonardo tanto delicato nelle sue citazioni non ha luogo alcun dubbio che egli sia stato l'inventore dell'estrazione delle radice cuba: il ch. pr. Codazza (4) afferma, che si è scoperto in Leonardo un degno successore di Diofante e degli Arabi, che onorò non solo l'Italia ma ancora il suo secolo; e il ch. pr. Genocchi (5) dimostra, che la prima origine del calcolo simbolico in Italia non si deve al Vieta, ma bensì a Leonardo Pisano.

Che a Leonardo spetti il merito di essere stato il primo a trovare il metodo per estrarre la radice cubica, da un numero, non ve ne può esser dubbio; come altrimenti spiegare queste parole che si tro-

congiungente queste projezioni un terzo punto equidistante dai primi due.

Determinato questo punto, dimostra Leonardo, che la perpendicolare condotta per esso alla retta congiungente suddetta, è il luogo dei punti del piano equidistanti dai due dati nello spazio.

Determinare un parallelepipedo rettangolo di cui sia esibito numericamente il lato della base; ed equivalente ad una piramide triangolare, o ad un cilindro retto, o ad una sfera, dei quali solidi siano espressi in numeri gli elementi necessari per determinarli.

Nella parte 3. sono risolute sei questioni dipendenti dalla risoluzione di equazioni di secondo grado, delle quali vengono date le soluzioni numeriche, coll' enunciazione delle regole generali; quindi ne viene esibita una dimostrazione geometrica.

- (1) Histoire des mathématiques. T. II, nota 3.
- (2) Aperçu historique, pag. 519.
- (3) Zeitschrift für reine und angevandte mathematik, 1863, pag. 45.
- (4) Il principe Boncompagnie la storia delle scienze matematiche in Italia, pag. 21.
- (5) Annali di scienze matematiche e fisiche, 1857, pag. 276.

vano nel capo XIV: cum super hanc definitionem diutius cogitarem inveni hunc modum reperiendi radices. Quel: super hanc definitionem esclude, mi pare, ancora il sospetto ingiurioso che Leonardo fosse stato costretto di meditare lungamente per comprendere il metodo altrui di estrarre la radice cubica (1). Inoltre niuno potrebbe con parole, più chiaramente di Leonardo, far conoscere di aver fatto una scoperta.

Noi concluderemo, che la risoluzione completa delle questioni di terzo grado devesi esclusivamente a tre matematici Italiani; Nicola Tartaglia, Girolamo Cardano, Leonardo Pisano: al primo per l'invenzione, al secondo per l'analisi, al terzo per il computo.

La pratica geometrie su scritta da Leonardo nel 1220. Essendo Leonardo progredito in età, posta a confronto la practica geometrie con il liber abbaci, in quella vi si scorge chiaramente molto più genio, e speculazione. Nel liber abbaci si manifesta il trattatista che unisce, e raccoglie diligentemente una serie di cognizioni arabe e indiane, che quindi coordina e fonde accuratamente secondo il loro ordine di dipendenza, per comporne un'opera metodica che possa essere utile, perché accessibile, ai suoi concittadini ; nella pratica geometrie si scopre il genio che per lunghi studt resosi fertile e illuminato, procura ogni arte per scorgere in qual modo le parti di una scienza devovo essere studiate affinché siano più scconde di risultati; e Leonardo per il primo, proclama la bella alleanza dell'algebra colla geometria (2).

Rispettava altamente Leonardo la scuola greca, che imponeva per principio la separazione completa dell'algebra dalla geometria: ma avvedutosi egli peró, del grande sviluppo al quale poteva spingersi la
scienza matematica, quando queste due parti distinte di essa, invece di studiarle separatamente, si
fossero insieme contemplate: segna una linea di demarcazione alla scuola greca; la geometria analitica comincia a contendere il primato alla geometria
sintetica; e i suoi scritti che portano chiaramente
l'impronta dei primi effetti prodotti dall'alleanza
dell'algebra golla geometria, interressano moltissimo, colpiscono e colpiranno sempre chi conosce (1).

Leonardo attinse la sua scienza, poiché i greci stavano attentissimi di non sorpassare i limiti che dividono l'algebra dalla geometria, quando studiavano una di queste due parti della matematica.

(1) Si trovano nella pratica geometrie delle questioni, teoremi e problemi importantissimi; alcuni di questi maravigliano moltissimo, tanto per l'acutezza e simplicità con cui sono condotti, quanto per il confronto di essi con i mezzi che allora possedeva la scienza. Eccone per saggio alcuni:

La proposizione di Pitagora, non esibita colla dimostrazione greca, ma per la somiglianza dei triangoli che si hanno, conducendo dal vertice dell'angolo retto, una perpendicolare sull'ipotenusa (alla pag. 32). Il teorema di Pitagora in tal modo dimostrato, fu prodotto ancora dal Vallis. Si riscontra ancora nell'opera di Bhascara Acharya, matematico indiano del secolo duodecimo.

La formula che esibisce l'area del triangolo in funzione dei lati (alla pag. 40). Viene espressa dal testo. Trigoni latera in unum conjuge, et dimidium summe accipe eorum: de qua extrahe per ordinem latera trigonj: et moltiplica residuum unius lateris per residuum alterius; et summam multiplica per residuum alterius lateris: quod totum per medietatem trium laterum multiplica, et summe radicem invenias Questa formula vien dimostrata da Leonardo nel modo con cui è espressa nella geometria dei tre fratelli (i figli di Musa ben Shaker), e perciò diversamente da quella data da Herone due secoli a. G. C.

La divisione dei triangoli in due parti uguali per mezzo di una retta, che passi per un punto fuori di essi (p. 116)

La divisione dei triangoli, in tre parti uguali (pag. 119).

⁽¹⁾ L'estrazione della radice cubica si trova ancora nel Tractatus numerandi di Sacrobosco pubblicato in Londra, 1839, dal sig. Haliwel nella sua collezione Rara mathematica. Ma Sacrobosco essendo morto nel 1256, o dopo Leonardo inventò anche esso il metodo, o l'apprese dal Libro di Leonardo scritto nel 1202. È certo ancora, che la regola dell'estragione della radice cuba non si è rinvenuta fin ad ora in alcun trattato antecedente a Leonardo, e che i greci costruivano la radice cubica con metodi puramente geometrici, dai quali ebbe origine il celebre problema della duplicazione del cubo.

⁽²⁾ Questa alleanza, prova la fonte indiana, a cui

Gli opuscoli di Leonardo (1) sono più accreditati, ed banno una maggiore entità scientifica; furono ritrovati dal principe Boncompagni in un codice della biblioteca Ambrosiana di Milano: contradistinto E. 75, membranaceo in 4, del secolo XV.

Essi erano totalmente inediti: tenuti per rarissimi al dire di Chasles: dichiarati mancanti del trattato dei numeri quadrati da molti autori: e quindi di grande importanza scientifica fu la scoperta di essi fatta dal Boncompagni (2).

Del titolo dell' opera Flos super solutionibus...
ne dà ragione Leonardo stesso nelle parole dirette
al Cardinale Capocci . . . compilans hunc
libellum ad laudem et gloriam nominis vestri compositum florem ideo volui titulari, quia illa vobis florida clericorum elegantia radiantibus dictavi, atque
etiam quia ibi nonnulle sunt floride quamquam nodose apposite questiones tamque geometrice quam

La separazione in un triangolo di una data parte per mezzo di una retta che passi per un punto posto dentro e fuori di esso (pag. 121).

La divisione di un quadrilatero in più parti di data proporzione (pag. 141).

La divisione di un pentagono irregolare in due parti equali (pag. 143).

Il grande principio di economia agraria; che l'area dei campi debba valutarsi dalla loro projezione in piano orizzontale (pag. 107).

Il teorema fondamentale della geometria analitica nello spazio; che il quadrato della diagonale di un parallelepipedo rettangolo è uguale alla somma dei quadrati delle sue tre dimensioni.

(1) Aperçu his. p. 520.

(2) La loro prima pubblicazione fu fatta nel 1854 col titolo: tre scritti di Leonardo Pisano; pubblicati da Baldassarre Boncompagni, secondo la lezione di un codice della biblioteca Ambrosiana di Firenze; tipografia Galileana, 1854. - In questa edizione essendo stati rinvenuti degli errori da Genocchi e da Lebesgue, furono correttemente dal Boncompagni stampati di nuovo nel 1856 collo stesso titolo, e nella stessa tipografia.

Gli errori notati dal sig. Angelo Genocchi furono notati in una sua opera intitolata: Sopra tre scritti inediti di Leonardo Pisano, pubblicati da Baldassarre aritmetrice indagatione vigili sic probaliter enodate (1).

Nel Flos, e nelle Questiones avium sono risolute con molto criterio questioni di primo grado a più incognite tanto determinate, che indeterminate. Il Flos viene letto con ammirazione, tanto per la facilità e consideratezza con cui i problemi sono posti in equazione, che per la moltiplicità dei metodi c così usati.

Cost in più modi viene risoluta la questione: De quatuor hominibus et de bursa ab eis reperta: questio notabilis (2): De eadem re (3): De avibus emendis secundum proportionem datam (4): De codem (5): Item de avibus (6). E dopo aver trattato: De compositione pentagoni equilateri in triangulum equicrurium datum (7), segue: modus alius solvendi similes questiones (8).

Boncompagni: Note analitiche di Angelo Genocchi. Roma, tip. delle Belle Arti, 1855, pag. 64, lin. 26-27; nota 3 della pag. 63; pag. 80, lin. 29-30; pag. 109, lin. 23-25: e quelli del sig. Lebesgue furono da esso notati sopra alcune carte interposte in una copia della prima edizione che venne poscia nelle mani del Boncompagni.

Ultimamente il Flos, Questiones de avium, ed il Liber quadratorum vennero inseriti nel secondo volume degli scritti di Leonardo Pisano. - Vedi: Scritti di Leonardo Pisano matematico del secolo XIII pubblicati da Baldassarre Boncompagni. Vol. II. (Leonardi Pisani pratica geometrie ed opuscoli) pag. 297, 253.

Nell'edizione accennata del 1856 furono aggiunte sei note, modificate tre della prima edizione, e furono fatti alcuni cambiamenti nell'ortografia per renderne più facile la lettura.

- (1) Opuscoli di Leonardo Pisano: ediz. 1856, p. 1.
- (2) pag. 25, 26, 27, 28.
- (3) pag. 28, 29, 30, 31, 32, 33.
- (4) pag. 44, 45.
- (5) pag. 45, 46.
- (6) pag. 46, 47, 48, 49.
- (7) pag. 49, 50, 51, 52.
- (8) pag. 52, 53, 54.

Nella lettera di dedica del secondo opuscolo, Questiones avium, scritta da Leonardo a maestro Teodoro si legge: modum inveni per quem non solum Di questi problemi, quello che più illustra l'opuscolo Flos. . . in questione, è il già enunciato:
De quatuor hominibus etc., con appresso le parole:
hanc quidem questionem insolubilem esse monstrabo,
nisi concedatur primum hominem habers debitum:
poichè ne viene rivendicato a Leonardo l'onore di
essere stato il primo ad interpetrare e porre in uso le soluzioni negative non conosciute affatto dagli Arabi, contro Montuela che l'attribui a Cartesio.

Il trattato dei numeri quadrati di Leonardo fu creduto disperso da Chasles (1), Cossali (2), Libri (3), Montucla (4), Avanzini (5), etc. Il Libri oltre crederlo disperso, assicura nella sua storia delle matematiche (p. 24), che mancano dati per conoscere l'epoca in cui venne scritto da Leonardo. Il Boncompagni colla scoperta dei due manoscritti, della biblioteca Vaticana (6), prova, che lo fu nel 1225.

In questo trattato stabilisce Leonardo per fondamento le due preposizioni: la somma delle serie na-

similes questiones solvantur verum et omnes diversitates consolaminum monetarum (permistione dei metalli nelle leghe delle monete): ciò che sa intendere, come osserva il sig. Genocchi (Annali di scienze matematiche e fisiche, giugno, 1855, pag. 161), che Leonardo possedeva la risoluzione generale dei problemi indeterminati di primo grado, già nota agli Indiani, senza però che sia stato provato che lo sosse agli Arabi da cui Leonardo apprese la scienza indiana.

È da osservarsi inoltre che Leonardo nell'opuscolo Questiones avium, indico che dall'analisi dei problemi indeterminati di primo grado dipendono quei della permistione dei metalli nelle leghe delle monete; problemi, che furono sempre sciolti imperfettamente fino a che da Bachet furono studiati coll'analisi indeterminata; soluzione della questione molto lodata dal Wallis. (Opere matematiche, vol. II, de algebra, cap. LVIII.)

- (1) Aperçu hist. p. 520.
- (2) Origine e trasporto dell'algebra in Italia, tom. I. pag. 115.
 - (3) His. des math., tom. II, pag. 27 e 40.
 - (4) His. des math: 2 edizione, tomo II, pag. 715.
- (5) Elogio di Pietro Cossali, scritto dal socio Ab. G. Avanzini, nel tomo XIX degli Atti della società italiana delle scienze, residente in Modena, pag. 15.
 - (6) Codice Ambrosiano E. 75, e Co. Urbinate 291.

turali dei numeri dispari è un quadrato: la differenza di due quadrati dispari consecutivi è multipla di otto; e appoggiandosi a queste, deduce regole, soluzioni, e dimostrazioni che si riscontrano nell' opere di Bachet, Frenicle, Lentherie, Poinsot, Eulero (1); e nella risoluzione dell' operazioni indeterminate di secondo grado usa tal metodo che non si trova presso gli Arabi, nè presso gli Indiani.

Quantunque siano brevi questi cenni sopra le Opere di Leonardo Pisano, pure bastano per far comprendere di quanto pregio arricchiscono la storia delle scienze matematiche in Italia, e quanta gratitudine dobbiamo all' illustre Principe Romano, che sparge incessantemente sopra di noi un' utile, e preziosa istruzione.

Le opere di Leonardo Pisano hanno dato origine a molti scritti di Uomini illustri; cioè il Boncompagni (2), il Voepcke (3), lo Chasles (4), il Genocchi (5), il Lebesgue (6), il Volpicel-

- (1) Voepcke. Journal de Liouville, tom. XX. Genocchi. Annali di scienze etc., giugno 1855. pag. 225.
- (2) Intorno ad alcune opere di Leonardo Pisano, matematico del secolo XIII etc., 1854.
- (3) Sur un essai de déterminer la nature de la racine d'une equation du troisième degré, contenu dans un ouvrage de Leonard de Pise découverte par M. le prince Balthasar Boncompagni; par M. Woepeke: extrait du Journal de mathématiques pures et appliquées: tome XIX, 1854.
- (4) Remarques sur quelques points intéressants des ouvrages de Fibonacci decouverts et publiés récemment par M. le prince Boncompagni, communiquées par M. Chasles: comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences; Janvier-Juin 1855, pag. 775-784.
- (5) Intorno a tre scritti inediti di Leonardo Pisano publicati da Baldassarre Boncompagni: nota di Angelo Genocchi; Roma, tip. delle belle arti, piazza poli, 1855.

Lo stesso: Sopra tre scritti inediti di Leonardo Pisano publicati da Baldassarre Boncompagni: note analitiche, Roma 1855.

- Id. Intorno ad alcuni problemi trattati da Leonardo Pisano nel suo Liber quadratorum: tip. delle Belle Arti, piazza Poli n.º 91, 1855.
 - (6) Sur un problème traité par Leonard de Pise

li (1), il Terquem (2), il Cargani (3), l'Avoni (4), il Giannini (5), il Codazza (6), lo Steinschneider (7) il Candor (8), il Libri (9); e a molti articoli in diversi periodici (10).

IV.

Un'altra delle pubblicazioni più interressanti del Boncompagni, è l'illustrazione della vita e delle

dans son Flos, et relatif à une equation de troisième degré. Questo opuscolo è inserito negli Annali di scienze matematiche e fisiche, compilati da Barnaba Tortolini: t. VI.

- (1) Alcune ricerche intorno alla teorica dei numeri quadrati; del prof. Paolo Volpicelli. Atti dell'Accademia Pontificia dei Nuovi Lincei. Anno VI, 19 Xbre 1852.
- (2) Sur Léonard Bonacci de Pise et sur trois écrits de cet auteur publiés par Balthasar Boncompagni: article de M. O. Terquem etc. Nouvelles annales de mathématiques. Journal des candidats aux Ecoles Polytechnique et Normale.
- (3) Intorno ad alcune opere di Leonardo Pisano matematico del secolo XIII. Notizie raccolte da Baldassarre Boncompagni. Roma, tip. delle Belle Arti.
 - (4) Id. id.
- (5) All' eccino sig. D. Giambattista Valcasale; Bologna: lettera contenuta nella gazzetta provinciale di Pavia. A. XX, 24 giugno, 1856.
- (6) Opuscolo già citato inserito nel Politecnico. V. XX, anno 1864.
 - (7) Serapeum, 1858, n. 3, 6.
- (8) Zeitschrist für rime und Angevandte mathematik 1863, pag. 45.
- (9) Histoire des sciences mathematiques. V. II, pag. 52.
- (10) a) Institut Imperial de France: Académie des sciences; comptes rendus, tome XXXIV.
- b) Rendiconti della società reale Borbonica delle scienze. Anno VI della nuova serie. Napoli 1855.
- c) La Civiltà cattolica. Napoli Roma. Vol. XI, 18 Agosto 1855. Rivista della stampa italiana.
- d) Il Cimento. Serie 3^a, vol. VI, pag. 607-610. Idem. Serie 3^a, vol. VI, pag. 670-679.
- e) La Enciclopedia contemporanea, 1855-56. Vol. II, pag. 486.
 - f) Archiv der mathematik und physik etc. Greifswald.

opere di Gherardo Cremonese, traduttore del secolo XII, e di Gherardo da Sabionetta, astronomo del secolo XIII (1).

Rinomato è il nome di Gherardo da Cremona, per le moltissime traduzioni che fece di opere di astrologia, geometria, algebra, geografia, etc.

Vengono pubblicati primieramente dal Boncompagni tre interressanti documenti relativi a Gherardo da Cremona, che si trovano manoscritti nella biblioteca Vaticana; sono 1.º Un elogio di Gherardo Cremonese in prosa latina (2); 2.º Un catalogo delle traduzioni da esso fatte; 3.º Una sequela di 7 versi fatti in sua lode.

Altre notizie sulle traduzioni fatte da Gherardo Cremonese si hanno da Francesco Pipino, che accennando a Gherardo dice: Fra le opere, che tradusse si hanno settantasci libri in arte tam physicae (medicina) quam aliarum facultatum (3). - Questa raccolta di traduzioni ne contiene alcune, che non si trovano nel catalogo Vaticano.

Un' altra raccolta incompleta di 33 libri si ha in un catalogo trovato manoscritto nel codice n. 413 della biblioteca di Laon, dato alle stampe da Ravaisson nel 1849 (4).

Un terzo catalogo di opere tradotte da Gherardo cremonese fu comunicato al Boncompagni dal sig. conte Montava (5).

Sopra un quarto catalogo dato dal Fabricio vieu detto dal Jourdain (6): Cette nomenclature est loin

- (1) Della vita e delle opere di Gherardo Gremonese, traduttore del secolo XII, e di Gherardo da Sabionetta, astronomo del secolo XIII: notizie raccolte da Baldassarre Boncompagni. Roma 1851. tip. delle Belle Arti.
 - (2) Codice Vaticano n.º 2392.
- (3) Chronicon Fratris Francisci Pipini , I. c. ap. Muratori. Rerum Italicarum scriptores; t IX.
- (4) Catalogue géneral des manuscrits des bibliothèques publiques des departements, publié sous les auspices du ministre de l'instruction publique. Paris 1849, p. 218.
- (5) Questo catalogo trovasi nel codice n.º LXVIII del collegio di All Souls in Oxford.
- (6) Recherches critiques sur l'age, et l'origine des traductions latines d'Aristote p. 123.

d'être complète: aux version précédentes j'ajouterai celles-ci:

1º Alfragani Liber de Aggretationibus stellarum (1). 2º Liber Abubecri de mensuratione terrarum (2).

Dal primo documento in prosa lativa trovato nella biblioteca Vaticana, si raccoglie. 1º Che da giovane Gherardo cremonese studió la filosofia. 2º Che si condusse a Toledo per conoscere l'opera di Tolomeo (intitolata Composizione matematica). 3º Che in questa città imparò la lingua Araba per poter tradurre molti libri, che mancavano ai suoi connazionali. 4º Che mentre visse tradusse dall'arabo in latino le migliori opere allora conosciute (3).

Il Boncompagni argomentando sopra i tre documenti trovati nelle biblioteca Vaticana, rivendica a Cremona di essere la patria di Gherardo (4).... Onore al Principe Boncompagni!

Nicolò Antonio scrittore del s.º XVII (5) volle Gherardo di Carmona, città dell' Andalusia, adducendo che da più scrittori (6), e in due edizioni di Avicenna (7) Gherardo è chiamato Carmonese. L' Arisi lo sostenne Cremonese (8). Il giornale dei Letterati d' Italia, con i stessi argomenti di Nicolò Antonio, lo dichiarò di Carmona (9). L' Arisi

si difese con una lettera (1): i pubblicisti rispondono di nuovo calorosamente (2). — Francesco Pipino chiama eziandio Gherardo: Gherardus lombardus, natione Cremquensis (3). Finalmente il Boncompagni (4) toglie ogni questione coll'addurre il penultimo verso dell'inscrizione publicata:

Hunc sine consimili genuisse Cremona superbit

e facendo osservare, che non può dire Carmona in virtù del verso (5); e dietro le tracce di Francesco Pipino, e di altri documenti, fissa l'epoche della nascita e della morte di Gherardo Cremonese al 1114 e al 1187, contro l'asserzioni erronee del De Murr, del Weidler, del Montucla, e del giornale dei Letterati d'Italia.—

Gherardo tradusse dall' Arabo in latino:

- a) Un'opera di astronomia in IX libri di Giaberbea-Afflah di Siviglia: Questa traduzione unitamente ad un' trattato di Pietro Bienewitz, astronomo tedesco, venne stampata in Norimberga nel 1534 (6). Un esemplare di questa edizione è posseduto dal Boncompagni, dalla biblioteca Bodleiana d'Oxford, e dalla biblioteca dell' Università di Leida.
- b) Il trattato astronomico di Claudio Tolomeo, dagli Arabi detto Almagesto, cioè il grandissimo. Di questa traduzione ne possiede un' esemplare manoscritto la biblioteca palatina Vaticana, quella Laurenziana di Firenze, e la biblioteca publica di Norimberga.

Una traduzione latina dell' Almagesto, fu stampata in Venezia nel 1515 senza nome di traduttore. Però il Weidler, ed il De Murr l'asseriscono di Gherardo. Essendo questa edizione molto rara al dire

⁽¹⁾ Bibl. roy. anciens Fonds Ms. lat. 7400.

⁽²⁾ Id. 7377 A.

⁽³⁾ Della vita e delle opere di Gherardo Cremonese etc.: notizie raccolte da Baldassarre Boncompagni, pag. 7 — Chronicon Fratris Francisci Pipini ordinis praedicatorum; lib. I. Cap. XVI; apud Muratori etc.

⁽⁴⁾ Della vita e delle opere di Gherardo Cremonese etc., notizie raccolte da Baldassarre Boncompagni p. 9-10.

⁽⁵⁾ Biografia universale antica e moderna. Venezia 1822-31. Vol. III, p. 51, 52.

⁽⁶⁾ Bibliotheca Hispana vetus, sive Hispani scriptores qui ab Octaviani Augusti alvo ad annum Christi MD floruerunt auctore D. Nicolao Antonio Hispanensi, 1788; t. II, p. 365.

⁽⁷⁾ Id. id. pag. 365.

⁽⁸⁾ Cremona literata, auctore Francisco Arisio. Parmae 1702, -6, et Cremonae 1741, t. I, pag. 269-272.

⁽⁹⁾ Giornale dei Letterati d'Italia, 1710-40, t. X, pag. 286-289.

⁽¹⁾ Della data del 15 febbraro 1715.

⁽²⁾ Giornale dei Letterati d'Italia, t. XV, pag. 207-221.

⁽³⁾ Chronicon Fratris Francisci etc. t. IX, col. 600, C.

⁽⁴⁾ Della vita e delle opere etc. p. 9.

⁽⁵⁾ Idem p. 10.

⁽⁶⁾ Erroneamente nel 1533 da Weidler, Scheibel, Panzer, e Lalande: vedi la pag. 15 dell'Opera di Boncompagni; e le pag. 578-581 dell'opera del Kästner: Geschichte der mathematik seit der Wiederherstellung der Wissenschaften an das Ende des achtzehuten Iahrhunderts von Abraham Göttheff Kästner.

di Lalande, e del De Morgan; il Boncompagni ne riporta la descrizione. — Il Boncompagni, e le biblioteche, Alessandrina di Roma, Angelica di Roma, della Società reale di Londra, Bodleiana di Oxford, e di Pier Antonio Crevenna, posseggono questa edizione.

c) Gli elementi d'astronomia di Alfragan, rinomato astronomo Arabo: Questa traduzione vien citata dal Jourdain (1); e si trova manoscritta in un codice della biblioteca nazionale di Parigi (2).

d) Un trattato di astrologia di Alchabizio, astrologo arabo (3): Questa versione si trova m. s. in un codice (4) della biblioteca Bodleiana di Oxford.

e) Un opuscolo col titolo: Libro di tutte le sfere del Cielo, e della composizione delle tavole di astrologia. Si trova m. s. nello stesso codice della stessa biblioteca.

f) Il trattato: De scientiis d' Alfarabio, filosofo arabo molto rinomato. Si trova m. s. questa versione in un codice (5) della biblioteca nazionale di Parigi come viene affermato dal Libri (6); e nel catalogo Vaticano con il titolo: Liber Alfarabii de scientiis.

g) L'opera dei figli di Musa-ben-Schaker, detti i tre fratelli: Verba filiorum Moysi filii: Schaker Mahumeti, Hameti Hasen (7). Un esemplare di questa versione si trova m. s. nella biblioteca publica di Basilea con il titolo: De Geometria liber trium fratrum (8).

A) I tre primi libri delle meteore di Aristotile.

(1) Recherches critiques sur l'age et le traductions latines d'Aristote, p. 125.

(2) Il codice è contradistinto. Ancien Fond Ms. lat. n.º 7400.

(3) Biografia universale antica e moderna. Vol. I, p. 17.

(4) Digby 47.

(5) Contradistinto: Supplément latin. n.º 49.

(6) His. des sciences math. t. I, p. 299.

(7) Questa versione veramente é anonima, ma nel catalogo Vaticano leggendosi, Liber trium fratrum tractatus I, si argomenta fondatamente che il traduttore sia stato Gherardo da Cremona.

(8) Catalogi librorum manuscriptorum qui in bibliothecis Galliae, Helvetiae, Belgii, Brittaniae, Hispaniae, Lusitaniae, osservantur; nunc primum editi a D. Gustavo Haenel. Nel catalogo Vaticano si legge, Liber Aristotelis methaurorum.

Altre traduzioni di Gherardo Cremonese sono:

i) Gli Sferici di Teodosio; opera che nel catalogo Vaticano viene citata con.... Liber Teodosii De spheris tractatus III.

k) Gli Sferici di Menelao, matematico di Alessandria: Questa traduzione trovasi indicata nel catalogo Vaticano con Liber Milei tractatus III (1).

 I tredici libri di Euclide, e l'opera in due libri dei cinque corpi regolari di Ipsiche, geometra di Alessandria (2).

m) La traduzione di un'importante trattato di Algebra trovato dal Boncompagni m. s. nel codice n.º 4606 della biblioteca Vaticana: Questa versione essendo inedita viene dal Boncompagni riportata nelle pag. 28-51 della sua preziosa illustrazione. In questa sono poste sotto linguaggio algebrico un gran numero di operazioni che nel m. s. sono soltanto indicate verbalmente. Nella traduzione di cui è parola l'incognita vien chiamata res o radix; e il suo quadrato, census (3): e si trovano nei capitoli, I (pag. 31), II (p. 32), e III (p. 34), tre regole espresse in quattro versi ciascuna, relative alla risoluzione delle tre forme dell'equazioni di secondo grado (4)

 $x^3+px-q=0$, $x^3-px+q=0$, $x^3-px-q=0$ con l'applicazioni

$$x^2+10x-39=0, x^3-10x+20=0, x^2-3x-4=0$$

L'enunciazioni assegnate da Gherardo Cremonese per le formole solutive dell'equazioni di 2º grado, coincidono con quelle date da Mohammed-ben-Musa,

(2) Nel catalogo Vaticano si legge. Liber Euclidis tractatus XV.

(3) Chasles crede, che la parola census corrisponda al termine arabo mal, che significa valore.

(4) Per es, i quattro versi della prima regola sono: Cum rebus censum si quis dragmis dabis equm Res quadra medias quadratum adice dragmas Radici quorum medias res excipe demum Et residuum quesiti census radicem ostendet.

⁽¹⁾ Menelao fu chiamato erroneamente Mileus. Vedi della vita e delle opere di Gherardo Cremonese etc.: notizie raccolte da Baldassarre Boncompagni, p. 63; e vedi ancora: sulle opere, e sulle operazioni dovute a Menelao nell' Aperçu etc., di Chasles, pag. 25, 26, 291.

di Khowarezm (1), da Leonardo Pisano; e più tardi da frate Luca Pacioli da Borgo s. Sepolero (2), con un latino semibarbaro in dodici versi riportati dal Montucia (3).

Questa traduzione di Gherardo da Cremona è una bella conferma delle ricerche del sig. Chasles dirette a provare, che l'algebra numerica fu introdotta in Europa dalle pazienti fatiche dei traduttori del secolo XII (4).

- n) La traduzione del trattato della misura delle superficie e dei volumi dei corpi di Heus: In questo trattato i problemi sono risoluti algebricamente, secundum aliabram et almuchabalam, come scrive l'autore, e si riscontra la moltiplicità delle radici di un' equazione di 2° grado (5).
- o) La traduzione in lingua latina dei canoni di Arzachele, rinomato astronomo Spagnuolo, sopra le tavole astronomiche di Toledo.

Due esemplari se ne trovano nelle biblioteche Vaticana, e Barberina di Roma.

- p) Altri lavori di Gherardo Cremonese sono la costruzione di alcune tavole astronomiche per trovare gli anni dell' era cristiana, de' greci, degli arabi, e dei persiani.
- q) Le altezze delle costellazioni per Gremona, Toledo, e per altre città.
- r) La determinazione delle latitudini di Cremona e di Toledo.

Le traduzioni di Gherardo Cremonese hanno dato origine ai lavori scientifici di una lunga serie di dotti di varie nazioni; che sono Boncompagni, Francesco Pipino, Nicolò Antonio, Arisi, Weilder, De Murr, Montucla, Bähr, Lalande, de Morgan, Scheibel, Panzer, Kästner, Baudini, Jourdain, Mortara, Chasles, Codazza, Humboldt, Perez Bayer (celebre letterato Spagnuolo), Steinschneider, e Libri. -

Nel capo II della sua illustrazione (Della vita e delle opere di Gherardo da Sabionetta) il Boncompagni appoggiandosi ai scritti di molti eruditi, Guido Bonatti (astronomo ed astrologo del secolo XIII), Prospero Marchand, Francesco Pipino, Flavio Biondo (nato in Forli nel 1388 e morto nel 1463), Zaccaria Lilio (di Vicenza, morto nel 1522 circa), Lazzaro Agostino Cotta (illustre letterato Novarese del secolo XVII), Leonardo Alberto Domenicano (Bolognese, nato nel 1479), Raffaello Maffei (di Volterra, morto nel 1522), Corrado Gensner (illustre scienziato del secolo XVI), Marco Girolamo Vida, Giulo Faroldo (storico Cremonese del secolo XVI), Arisi, Antonio Campi (pittore, architetto, e storico Cremonese del secolo XVI), Ludovico Cavitelli (altro scrittore Cremonese del secolo XVI), Girolamo Chilini (nato nel 1589), Tiraboschi, Padri Manno Santi e Mauro Fattorini, etc., toglie l'ambiguità che si trova in diversi scrittori fra Gherardo da Gremona, etc., traduttore del secolo XII, e Gherardo da Sabionetta, astronomo del secolo XIII.

Gherardo da Sabionetta troppo vanamente usava del suo sapere astrologico, rivolgendolo alle bugiarde e superstiziose osservazioni dell'astrologia giudiciaria; colla quale si pretendeva di poter comprendere, e predire i futuri eventi morali per mezzo delle osservazioni degli astri.

Il Tiraboschi per una prova evidente di ciò, avverte (nella sua storia della letteratura italiana) che un codice Vaticano, contradistinto dal n.º 4083, contiene delle risposte che Cherardo da Sabionetta dava ad alcuni signori del suo tempo, che furono, Ezzelino da Romano, Buoso da Doara, Uberto Pallavicino, i quali gli richiedevano la via che dovevano tenere per condurre a buon termine i loro affari, e le loro imprese.

Appartengono a Gherardo da Sabionetta le opere seguenti:

- 1. La Teorica Planetarum.
- 2. La Geomantia.
- 3. La Practica Planetarum.

Una edizione della teorica planetarum di Gherardo da Sabionetta fu fatta nel 1472 in Ferrara da Belforte, tipografo francese.

The algebra of Mohammed ben Musa edited and translated by Frederic Rosen. London 1831, pag. 6-13.

⁽²⁾ Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et proportionalità (di F. Lucu Pacioli da Borgo s. Sepolero). Venezia 1494; parte I.

⁽³⁾ Histoire des math. t. I. pag. 590.

⁽⁴⁾ Aperçu etc, pag. 499-524.

⁽⁵⁾ Chasles. Compt. Rend. XIII. pag. 504.

Vedi ancora l'illustrazione del Boncompagni, p. 53. Questo fatto trovasi ancora nell'algebra di Moammedben-Musa.

Contengono un esemplare di questa edizione le biblioteche Corsiniana di Roma (1), Alessandrina di Roma (2), reale Borbonica di Napoli (3), Spenceriana di Londra (4), di Crevenna, di Tommaso Croft, di Maffeo Pinelli, e del conte Demotrio Boutourlin.

Un'altra edizione dell'istessa opera, fu fatta in Venezia negli anni 1474-1480 da Adamo Rotwil.

Le biblioteche: - Laurenziana, Magliabechiana di Firenze (5), reale Borbonica di Napoli (6), reale di Londra, del conte Demetrio Boutourlin, Bodleiana di Oxford, e di Masseo Pinelli ne posseggono un esemplare.

Dietro le ampie traccie lasciateci, da chi per senno e per mezzi ha unicamente la possibiltà di prepararci, studiamo con amore l'istoria scientifica del nostro paese. Noi la troveremo luminosa per illustri uomini, ricca di preziose scoperte, abbastanza vasta per occuparsene: e il sentirsi nobili, ricchi di vasti tesori, sarà a noi di sprone per coltivare il prezioso retaggio che possediamo.

Dall'esposizione dei fatti che erano in mio potere, l'onorevole direzione della Corrispondenza Scientifica di Roma, e i suoi rispettabili leggitori raccoglieranno; come il p. Boncompagni studiando minutamente tutti gli avvenimenti della scienza matematica ha avuto il merito di avere ordinato sotto forma di vera storia, quanto hanno meditato e scritto i nostri primi padri di essa: e saranno paghi di avergli ricordato per sommi capi le pubblicazioni di un personaggio tanto illuminato nella scienza, benemerito del paese, saldo ed irremovibile nello zelo. . . . e degno incontrastabilmente della storia.

Estratto dal Bullettino Universale della Cor ispondenza Scientifica di Roma per l'avanzamento delle Scienze. Numeri 12. e 14. Vol. VII, 1865.

⁽¹⁾ Colonna 52, lettera E, n.º 4.

⁽²⁾ Scanzia E, scaffale e, n.º 36.

⁽³⁾ Armadio XII, scanzia B, n.º 12: Armadio XII, scanzia B, n.º 3: Armadio XII, scanzia B, n.º 55.

⁽⁴⁾ Descritto nel catalogo di Frognall Didbin; vol. III, pag. 501-504.

⁽⁵⁾ Scaffale M, Palchetto 7, n.º 4. 6.

⁽⁶⁾ Armadio VIII, scanzia B, n.º 58.







